Probabilità e Statistica - 19.06.2012

Cognome e Nome ....

C. d. L.: AMBL CIVL CIVLS INFL GESLT INFLT ELELT

Anno di Corso: 1 2 3 altro

Matricola ....Firma .... FILA 4

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per l'esercizio (E1), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo**.
6. TEMPO a disposizione: 75 min.

Quesito	C1	C2	C3	QT	E1	TOT
Punti						

(C1) Sia X una variabile casuale distribuita normalmente con media 3.7 e deviazione standard 2. Calcolare $P[5 - X < 0]$ facendo uso delle tavole.

[punti 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Sia (X, Y) una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

$Y \backslash X$	-2	0	1
0	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	0

Determinare la covarianza $\text{cov}[X, Y]$.

[punti 4]

C2 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) In un call center arrivano chiamate con una media di k ($k > 0$) in mezz'ora. Il numero delle chiamate in un qualsiasi intervallo di tempo ha distribuzione di Poisson. Determinare k affinché la probabilità che in un minuto arrivi esattamente una chiamata sia pari a $\dfrac{k}{30e}$.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Sia X la variabile casuale avente densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} 16x^3 + 12x^2 & \text{se } -\dfrac{1}{2} \leq x \leq \dfrac{1}{2}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Calcolare $\text{var}[X]$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Date due variabili casuali X e Y , dimostrare che

$$E[(2Y - X)^2] = (E[2Y - X])^2 + \text{var}[X] + 4\text{var}[Y] - 4\text{cov}[X, Y].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia $X_1, ..., X_n$, $n \geq 2$, un campione casuale estratto dalla funzione di densità di probabilità

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{4\theta\sqrt{6\theta}}\,\sqrt{x} & 0 < x < 6\theta, \\ 0 & \text{altrove,} \end{cases}$$

$\theta > 0$,

(a) determinare uno stimatore Θ di θ con il metodo dei momenti;

(b) stabilire se Θ è corretto;

(c) determinare il valore di a affinché

$$T = \frac{aX_1 + 4X_2}{18}$$

sia uno stimatore corretto di θ;

(d) per il valore di a determinato al punto (c), stabilire quale stimatore è preferibile tra Θ e T.

[PUNTI 7]

(E2) Siano dati i due eventi E e H tali che

$$P(E) = \frac{1}{6}, \quad P(H|E) = \frac{1}{5}, \quad P(E|H) = \frac{1}{6}.$$

(a) dire se gli eventi E e H sono incompatibili, motivando la risposta;

(b) calcolare $P(H)$;

(c) calcolare $P(E \cup H)$;

(d) calcolare $P(\overline{E}|\overline{H})$;

(e) calcolare $P(E|H) + P(E|\overline{H})$.

[PUNTI 7]