

PROBABILITÀ E STATISTICA - 15.01.2013

COGNOME E NOME

C. D. L.: AMBL CIVL CIVLS INFL GESLT INFLT ELELT

ANNO DI CORSO: 1 2 3 ALTRO

MATRICOLA FIRMA FILA 1

ISTRUZIONI

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta. In particolare, per gli esercizi (E1) ed (E2), SCRIVERE **anche** il procedimento applicato per rispondere ai quesiti posti.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questi fogli e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	C1	C2	C3	C4	QT	E1	E2	TOT
Punti								

(C1) Sia X la variabile aleatoria che misura la presenza di una certa sostanza in un farmaco. X ha distribuzione normale con media 0.5 e varianza 0.04. Determinare la probabilità che X sia compresa tra 0.51 e 0.54.

[PUNTI 4]

C1 (scrivere il risultato con cinque cifre decimali)

(C2) Due arcieri tirano con l'arco a un medesimo bersaglio. La probabilità che il primo arciere colpisca il bersaglio è $\frac{9}{10}$, quella del secondo arciere è $\frac{5}{6}$. I due arcieri tirano contemporaneamente. Determinare la probabilità che solo il secondo arciere colpisca il bersaglio.

[PUNTI 4]

C2 (scrivere in frazione ridotta ai minimi termini)

(C3) Una variabile aleatoria X può assumere solo i valori $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Sapendo che X ha la stessa probabilità di assumere i valori 1, 2, 3, 4 e che $E[X] = 1.5$, determinare $P[X = 0]$.

[PUNTI 4]

C3 (scrivere il risultato con due cifre decimali)

(C4) Sia (X, Y) una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

$Y \backslash X$	-1	0	3
0	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	0

Determinare $E[X + 2Y]$.

[PUNTI 4]

C4 (scrivere il risultato in frazione ridotta ai minimi termini)

Quesito Teorico

Sia X una variabile aleatoria di tipo esponenziale di parametro λ . Dimostrare che per ogni $t, s > 0$ si ha

$$P[X > t + s \mid X > s] = P[X > t].$$

[PUNTI 2]

(E1) Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale estratto dalla funzione di densità di probabilità

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} 2\lambda(1+x)^{-2\lambda-1} & \text{se } x > 0, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

$\lambda > 0$,

- (a) determinare la funzione di verosimiglianza del parametro λ ;
- (b) determinare lo stimatore di massima verosimiglianza del parametro λ ;
- (c) supponendo poi di avere i seguenti dati campionati

2, 1.7, 2, 0.4, 3, 3.2

calcolare il valore stimato di λ .

[PUNTI 7]

(E2) Sia X una variabile aleatoria e sia $f_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che

$$f_X(x) = \begin{cases} k(3x - x^2) & \text{se } 0 < x < 3 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

- (a) Determinare il valore di k affinché f_X sia una densità di probabilità di X ;
- (b) determinare la funzione di ripartizione F_X ;
- (c) calcolare la media e la varianza;
- (d) calcolare $P[1 \leq X < 2]$.

[PUNTI 7]

