

PROVA SCRITTA DI PROBABILITÀ E STATISTICA - 07.07.2015

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: ..... ANNO DI CORSO:  1  2  3  ALTRO

MATRICOLA ..... FIRMA .....  FILA 4

ISTRUZIONI

1. SCRIVERE **cognome e nome (in stampatello), numero di matricola e firmare.**
2. SCRIVERE la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.
7. AMMISSIONE alla prova orale con PUNTI 18.

Quesito	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	QT1	QT2	TOT
Punti										

(C1) Sia  $X$  una variabile casuale distribuita normalmente con media 7.3 e varianza 4. Calcolare  $P[\sqrt[3]{X} \geq 2]$ .

[PUNTI 4]

C1

(C2) Siano  $A, B, C$  tre eventi tali che  $P(A \cup B \cup C) = 1$ ,  $P(B) = 2P(A)$ ,  $P(C) = 3/4$ . Inoltre si sa che  $A$  e  $C$  sono indipendenti,  $A$  e  $B$  sono incompatibili,  $B$  e  $C$  sono incompatibili. Determinare  $P(A)$ .

[PUNTI 4]

C2

(C3) Il tempo di vita medio di un macchinario è distribuito esponenzialmente, con media pari a 400 ore. Calcolare la probabilità che il macchinario funzioni per almeno altre 200 ore, sapendo che ha lavorato correttamente per le prime 500 ore.

[PUNTI 4]

C3

(C4) Data la densità di probabilità

$$f_X(x) = \begin{cases} ax^2 + b & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

determinare  $b$  affinché si abbia  $E[X] = 5/8$ .

[PUNTI 4]

C4

(C5) Il numero  $x$  è scelto a caso nell'insieme  $\{1, 3, 5, 7\}$ , il numero  $y$  è scelto a caso nell'insieme  $\{3, 6, 9, 11\}$ . Calcolare  $P[X \geq Y \mid Y \text{ dispari}]$ .

[PUNTI 4]

C5
----

(C6) Sia  $(X, Y)$  una coppia di variabili casuali discrete con la seguente densità di probabilità congiunta

	$X = -3$	$X=0$	$X=5$
$Y=0$	$p$	$0$	$q$
$Y=1$	$3q$	$2p$	$0$

Determinare il valore di  $q$  affinché  $E[X + Y] = -13/48$ .

[PUNTI 4]

C6
----

(C7) Si ritiene che il pH di una particolare soluzione chimica sia distribuito normalmente con media  $\mu$ . Effettuando 4 misurazioni sulla soluzione, si sono rilevati i seguenti dati:

7.15	7.23	7.18	7.24
------	------	------	------

Se è noto che  $\sigma^2 = 0.0016$ , si determini un intervallo di confidenza bilaterale per la media  $\mu$  al 95%.

[PUNTI 4]

C7
----

**Quesito Teorico 1**

Provare che se  $P[A|B] = 1$ , allora  $P[\bar{B}|\bar{A}] = 1$ , sapendo che  $P[\bar{A}] > 0$ .

[PUNTI 2]

**Quesito Teorico 2**

Date due variabili aleatorie indipendenti  $X$  e  $Y$ , dimostrare che

$$\text{cov}[X - 3Y, X + 2] = \text{var}[X].$$

[PUNTI 2]